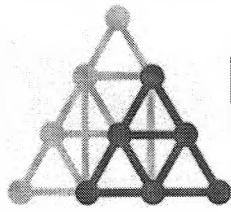


Ученый секретарь *Идремкова Л.К.*



7universum.com  
**UNIVERSUM:**  
**ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ**

---

**К ПРОБЛЕМЕ ИДЕНТИФИКАЦИИ МОДЕЛИ УПРАВЛЯЕМОЙ  
СИСТЕМЫ ПО ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫМ ДАННЫМ**

**Курманалиева Роза Насбековна**

*канд. техн. наук, доцент,  
Национальная академия наук Кыргызской Республики,  
Кыргызская Республика, г. Бишкек*

**Оморов Туратбек Турсунбекович**

*д-р техн. наук, член-корр.,  
Национальная академия наук Кыргызской Республики,  
Кыргызская Республика, г. Бишкек  
E-mail: [omorovtt@mail.ru](mailto:omorovtt@mail.ru)*

**Осмонова Рима Чынарбековна**

*научный сотрудник, Национальная академия наук Кыргызской Республики,  
Кыргызская Республика, г. Бишкек  
E-mail: [r.osmonova@mail.ru](mailto:r.osmonova@mail.ru)*

**TO THE PROBLEM OF IDENTIFICATION MODEL  
OF THE CONTROLLED SYSTEM ON EXPERIMENTAL DATA**

**Roza Kurmanalieva**

*Candidate of Engineering Sciences, associate professor,  
National Academy of Science of the Kyrgyz Republic,  
Kyrgyz Republic, Bishkek city*

**Turatbek Omorov**

*Doctor of Engineering Sciences, corresponding member,  
National Academy of Science of the Kyrgyz Republic,  
Kyrgyz Republic, Bishkek city*

**Rima Osmonova**

*research scientist, National Academy of Science of the Kyrgyz Republic,  
Kyrgyz Republic, Bishkek city*

## АННОТАЦИЯ

Рассматривается задача параметрической идентификации стационарного управляемого объекта по экспериментальным данным переходного процесса в дискретные моменты времени. Предлагается алгоритм идентификации модели объекта, представленной в параметрической форме на основе нового критериального условия с использованием экспериментальных данных.

## ABSTRACT

The problem of parametrical identification of the stationary operated object of experimental data of transition process in discrete time points is considered. The algorithm of identification model of object presented in parametrical form on the basis of the new criteria condition with using of experimental data is offered.

**Ключевые слова:** модель объекта, данные «вход — выход», идентификация, переходный процесс, самонастройка параметров, уравнения самонастройки, алгоритм параметрической идентификации.

**Keywords:** object model, data "input — output", identification, transition process, self-adjustment of parameters, the self-adjustment of equations, algorithm of parametrical identification.

Идентификация объектов является одним из важных этапов при создании систем автоматического управления (САУ), которая, как известно, связана с необходимостью решения двух основных проблем: структурной [1, с. 803] и параметрической [2, с. 68] идентификации. Первая проблема является наиболее сложной, и поэтому в настоящее время отсутствуют формализованные общие подходы к ее решению. В то же время теория параметрической идентификации управляемых систем активно развивается, в ее рамках разработано большое количество методов и вычислительных алгоритмов, таких как классические [4, с. 15] и современные [5, с. 177] методы. В статье разрабатывается алгоритм параметрической идентификации модели

стационарного объекта на основе нового критериального условия с использованием экспериментальных данных.

Предположим, что в дискретные моменты времени  $t_k$  с шагом  $\Delta t$  получены экспериментальные данные реакции выхода объекта  $y(t)$  на входное ступенчатое воздействие  $u(t)=I(t)$ :

$$y_k^* = y^*(t_k) = y^*(k\Delta t), k = \overline{0, N}, \quad (1)$$

где:  $(N+1)$  — количество дискретных точек.

Задача состоит в определении динамической характеристики объекта на основе дискретных данных (1). Для этой цели неизвестную модель объекта представим в следующей параметрической форме:

$$y(t) = c_0 + \sum_{i=1}^n c_i \varphi_i(t), \quad (2)$$

где:  $c_0 = y_N^*$  — установившееся значение управляемой переменной  $y(t)$ ;

$\varphi_i(t)$  — параметрические функции:

$$\varphi_i(t) = e^{\alpha_i t}, i = \overline{1, n},$$

$c_i, \alpha_i$  — неизвестные параметры модели, составляющие  $\mu = 2n$ -мерный вектор — параметр  $p = [p_1, p_2, \dots, p_\mu] = [c_1, c_2, \dots, c_n, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n]$ ;  $n$  — порядок модели (количество функций  $\varphi_i(t)$ ).

Проведем дискретизацию функции  $y(t)$ :

$$y_k = y(k\Delta t) = c_0 + \sum_{i=1}^n c_i \varphi_i(k\Delta t), k = \overline{0, N}, \quad (3)$$

где:  $\varphi_i(k) = e^{\alpha_i k \Delta t}$ .

Для краткости записи в дальнейшем шаг дискретизации  $\Delta t = const$  будем опускать. Введем  $(N+1)$ -мерные векторы:

$$\bar{y} = [y_0, y_1, \dots, y_N]^T,$$

$$\bar{y}^* = [y_0^*, y_1^*, \dots, y_N^*]^T,$$

где:  $T$  — знак транспонирования.

В каждый момент времени  $t = t_k$  между соответствующими значениями рядов (1) и (3) существуют невязки (ошибки идентификации):

$$e_k = e(k) = y_k - y_k^*, k = \overline{0, N}. \quad (4)$$

Тогда вектор ошибки идентификации

$$e = \bar{y} - \bar{y}^* = [e_0, e_1, \dots, e_N]^T.$$

Меру близости процессов  $\bar{y}$  и  $\bar{y}^*$  можно оценить на основе штрафной функции:

$$E = \|e\|^2, \quad (5)$$

где:  $\|e\|$  — некоторая норма вектора  $e$ .

Проблема идентификации объекта состоит в определении такого вектор-параметра  $p = p^* = [c_1^*, c_2^*, \dots, c_n^*, \alpha_1^*, \alpha_2^*, \dots, \alpha_n^*]$ , обеспечивающего минимум штрафной функции  $E = E(p)$ :

$$\min_{p \in R^\mu} E(p) = E(p^*), \quad (6)$$

где:  $R^\mu$  —  $\mu$ -мерное вещественное арифметическое пространство.

В процессе идентификации, т. е. поиска экстремума, вектор-параметр  $p$  изменяется во времени  $t$  ( $p = p(t)$ ), следовательно, варьируется и значение функции  $E(p)$ , т. е.  $E = E(t) = E[p(t)]$ .

Теперь введем следующую функцию [3]:

$$J_1(t) = \int_{t_0}^t E(\tau) \dot{E}(\tau) d\tau. \quad (7)$$

В результате интегрирования правой части (7) имеем, что

$$J_1(t) = \frac{1}{2} \int_{t_0}^t \frac{dE^2(\tau)}{d\tau} d\tau = \frac{1}{2} [E^2(t) - E^2(t_0)]. \quad (8)$$

Далее потребуем, чтобы для всех  $t$  и  $t_0 < t$  выполнялось условие:

$$J_1(t) < 0. \quad (9)$$

Тогда из соотношения (8) следует, что штрафная функция  $E(t)$  с течением времени убывает, т. е.

$$E(t) < E(t_0). \quad (10)$$

Отсюда следует, что справедлива следующая теорема.

**Теорема 1.** Пусть  $E(t_0) \neq 0$ . Тогда, если для каждого  $t$  и  $t_0 < t$  выполняется соотношение

$$\int_{t_0}^t E(\tau) \dot{E}(\tau) d\tau < 0, \quad (11)$$

то штрафная функция  $E(t)$  убывает во времени и

$$\lim_{t \rightarrow \infty} E(t) = E(p^*). \quad (12)$$

Таким образом, функцию  $J_1(t)$  можно рассматривать как критериальную функцию при решении задач параметрической идентификации динамических систем.

Теперь рассмотрим возможность использования теоремы 1 для решения экстремальной задачи (6), что эквивалентно нахождению искомого вектор-параметра  $p^*$  модели объекта. Для этого вначале необходимо выбрать соответствующую штрафную функцию  $E = E(t) = E[p(t)]$ . Для этой цели, в частности, можно использовать следующие функции:

$$\begin{aligned} 1) E_1 &= \sum_{k=0}^N e_k^2, \\ 2) E_2 &= \sum_{k=0}^N |e_k|. \end{aligned} \quad (13)$$

Далее для определенности в качестве штрафной функции принимается  $E(t) = E_1(t)$ .

Вначале, в целях использования критериального соотношения (11), определим производные компонентов вектора невязки  $e = [e_0, e_1, \dots, e_N]^T$ , определяемых выражением (4):

$$\dot{e}_k(t) = \dot{y}_k(t) = \sum_{i=1}^n \left[ \frac{\partial y_k}{\partial c_i} \dot{c}_i(t) + \frac{\partial y_k}{\partial \alpha_i} \dot{\alpha}_i(t) \right], \quad (15)$$

где с учетом (3) частные производные:

$$\begin{aligned} \frac{\partial y_k}{\partial c_i} &= \varphi_i(k), \\ \frac{\partial y_k}{\partial \alpha_i} &= d_i(k) = k \Delta t c_i \varphi_i(k), \quad i = \overline{1, n}, k = \overline{0, N}. \end{aligned} \quad (16)$$

Производная выбранной штрафной функции:

$$\dot{E}_1(t) = 2 \sum_{k=0}^N e_k(t) \dot{e}_k(t). \quad (16)$$

С учетом (14) и (15) имеем, что

$$\begin{aligned} \dot{E}_1(t) &= 2 \sum_{k=0}^N e_k(t) \sum_{i=1}^n [\varphi_i(k) \dot{c}_i(t) + d_i(k) \dot{\alpha}_i(t)] = \\ &= \sum_{i=1}^n \sum_{k=0}^N 2 [e_k(t) \varphi_i(k) \dot{c}_i(t) + e_k(t) d_i(k) \dot{\alpha}_i(t)] = \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned}
&= \sum_{i=1}^n \left[ 2 \sum_{k=0}^N e_k(t) \varphi_i(k) \right] \dot{c}_i(t) + \sum_{i=1}^n \left[ 2 \sum_{k=0}^N e_k(t) d_i(k) \right] \dot{\alpha}_i(t) \\
&= \sum_{i=1}^n \beta_i(t) \dot{c}_i(t) + \sum_{i=1}^n s_i(t) \dot{\alpha}_i(t),
\end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}
\beta_i(t) &= 2 \sum_{k=0}^N e_k(t) \varphi_i(k), \\
s_i(t) &= 2 \sum_{k=0}^N e_k(t) d_i(k), \quad i = \overline{1, n}.
\end{aligned} \tag{18}$$

С учетом (17) критериальная функция  $J_1(t)$  имеет вид:

$$J_1(t) = \sum_{i=1}^n \int_{t_0}^t E_1(\tau) [\beta_i(\tau) \dot{c}_i(\tau) + s_i(\tau) \dot{\alpha}_i(\tau)] d\tau. \tag{19}$$

Теперь потребуем, чтобы динамика компонентов вектор-параметра  $p = [c_1, c_2, \dots, c_n, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n]$  подчинялась следующим соотношениям:

$$\begin{aligned}
\dot{c}_i(t) &= \gamma_i \beta_i E_1(t), \\
\dot{\alpha}_i(t) &= \xi_i s_i E_1(t), \quad i = \overline{1, n},
\end{aligned} \tag{20}$$

где:  $\gamma_i, \xi_i$  — неизвестные пока вещественные параметры.

С учетом (20) критериальная функция (19) запишется в виде:

$$J_1(t) = \sum_{i=1}^n \int_{t_0}^t [\gamma_i \beta_i^2 E_1^2(\tau) + \xi_i s_i E_1^2(\tau)] d\tau = \sum_{i=1}^n \int_{t_0}^t \gamma_i (\beta_i^2 + s_i) E^2(\tau) d\tau. \tag{21}$$

Отсюда видно, что если

$$\gamma_i < 0, \xi_i < 0, \quad i = \overline{1, n}, \tag{22}$$

то будет выполняться критериальное условие (11).

Полученный результат позволяет сформулировать следующую теорему.

**Теорема 2.** Пусть заданы данные по выходу объекта в виде ряда (1), структура его модели в форме (2) и штрафная функция  $E_l(p)$  по формуле (13). Тогда уравнения самонастройки (адаптации) элементов вектор-параметра  $p = [c_1, c_2, \dots, c_n, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n]$  модели (2) определяются соотношениями (20), а установившиеся их решения  $[c_1^*, c_2^*, \dots, c_n^*, \alpha_1^*, \alpha_2^*, \dots, \alpha_n^*] = p^*$  являются оценкой параметров модели (2).

При этом алгоритм параметрической идентификации объекта включает следующие основные этапы.

1. Проведение эксперимента и получение данных по переходному процессу на выходе объекта в виде вектора  $\bar{y}^* = [y_0^*, y_1^*, \dots, y_N^*]^T$ .

2. Задание структуры модели объекта в форме (2).

3. Определение выражений для невязок  $e_k$  по формуле (4).

4. Составление выражений для функций  $\beta_i(t)$  и  $s_i(t)$  по формуле (18).

5. Формирование уравнений самонастройки (20) элементов вектор-параметра  $p = [c_1, c_2, \dots, c_n, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n]$ .

6. Решение уравнений самонастройки (20) и определение вектор-параметра  $p^* = [c_1^*, c_2^*, \dots, c_n^*, \alpha_1^*, \alpha_2^*, \dots, \alpha_n^*]$ , элементы которого являются оценкой параметров модели объекта (2).

Необходимо отметить, что модель объекта управления, представленная в форме (2), позволяет легко определить его импульсную переходную функцию и передаточную функцию. При этом в качестве функций  $\varphi_i(t)$  можно использовать и ортогональные функции [5, с. 82], в частности, функции Ляггера.

### Список литературы:

1. Гинсберг К.С. Концепция научного проектирования инженерного моделирования для слабо изученных объектов управления: новый подход к проблемам структурной идентификации // Труды IX Международной конференции «Идентификация систем и задачи управления» SICPRO '12. — М.: Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, 2012. — С. 802—828.
2. Дилигенская А.Н. Идентификация объектов управления. — Самара: СГТУ, 2009. — 136 с.
3. Идентификация передаточной функции управляемой системы // Universum: Технические науки: электрон. научн. журн. Оморов Т.Т. [и др.], 2014. № 11 (12). URL: <http://7universum.com/ru/tech/archive/item/1758> (дата обращения: 16.06.2015).